K I S L E X I K O N

Halmaz megadása: egy halmazt elemeinek felsorolásával, vagy valamilyen tulajdonsággal adunk meg úgy, hogy bármely elemről egyértelműen eldönthető legyen, hogy benne van-e a halmazban vagy nem. Jelölése nagybetűkkel. Pl. A=$\{x \in N | -3 \leq x < 10\}$; 2∈A ; -1∉A

Két halmaz egyenlő, ha ugyanazok az elemei. (sorrend, többszörös felsorolás nem számít) Pl. A=B, ha A={az 1112212 telefonszám számjegyei}, B={1;2}

Két halmaz ekvivalens ha kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés hozható létre közöttük.

Halmaz számossága lehet *véges* (pl. a kétjegyű pozitív egész számok halmaza), *megszámlálhatóan végtelen* (amelyek ekvivalensek a természetes számok halmazával, pl. páros pozitív egész számok, pozitív racionális számok), *nem megszámlálhatóan végtelen* (pl. valós számok). Jele: $|A|$

Üreshalmaznak nevezzük azt a halmazt, amelybe egy elem sem tartozik. Jele: {} vagy ∅

A és B halmaz uniója jelenti azt a halmazt, amely tartalmazza az összes olyan elemet, amelyek A és B közül legalább az egyikben benne vannak. Jele: A ∪ B

A és B halmaz metszete jelenti azt a halmazt, amely tartalmazza az összes olyan elemet, amelyek A és B mindegyikében megtalálhatók. Jele: A ∩ B

A részhalmaza B-nek , ha A minden eleme benne van B-ben. Jele: A ⊆ B

A valódi részhalmaza B-nek , ha A minden eleme benne van B-ben, és van a B-nek A-n kívüli eleme is. Jele: A ⊂ B

A és B különbséghalmaza olyan elemek összessége, melyek A-ban megtalálhatók, de B-ben nem. Jele. A \ B

A és B szimmetrikus differenciája jelenti azt a halmazt, amelynek elemei vagy csak az A-.ban, vagy csak a B-ben találhatók. Jele: A ∇ B

A halmaz komplementere H-ra nézve jelenti azt a halmazt, amelynek elemei H-ban megtalálhatók, de A-ban nem. Jele: $\overline{A_H}$

Számhalmazok:

- **természetes számok : (N)**a 0 és a pozitív egész számok halmaza. Zárt az összeadásra és a szorzásra nézve.
- **egész számok: (Z)** a 0 és a pozitív és negatív egészek halmaza. Zárt az összeadásra, kivonásra és a szorzásra nézve.
- **racionális számok: (Q)** két egész szám hányadosaként felírható számok halmaza. Tizedestört alakjuk véges vagy végtelen szakaszos. Zárt az összeadásra, kivonásra, szorzásra, osztásra nézve.
- **irracionális számok: (Q*)** nem racionális számok, tehát nem írhatók fel két egész szám hányadosaként. Végtelen nem szakaszos tizedestört alakban is felírhatók.
- **valós számok: (R)** a racionális és az irracionális számok halmazának egyesítése

Osztó fogalma: a természetes számok körében értelmezzük. Legyen a és b két természetes szám. a osztója b-nek, ha létezik egy olyan c természetes szám, amelyre teljesül, hogy $ac=b$. A 0 osztója 0-nak, mert $0 \cdot c = 0$ teljesül bármilyen c-re.

Prímszám (törzsszám) olyan pozitív egész szám, melynek pontosan két pozitív osztója van, az 1 és önmaga. Egy páros prím van a 2, a többi páratlan.

Összetett szám olyan pozitív egész szám, amelynek kettőnél több pozitív osztója van. Az 1 nem összetett, és nem prím. Minden összetett szám egyértelműen felbontható prímszámok szorzatára.

Két vagy több szám relatív prím, ha a legnagyobb közös osztójuk 1.

A számelmélet alaptétele: bármely összetett szám a sorrendtől függetlenül egyértelműen felírható prímszámok szorzataként. (prímtényezős felbontás)

Oszthatósági szabályok:
2-vel, 5-tel, 10-zel akkor osztható egy szám, ha az utolsó számjegye osztható vele
4-gyel, 25-tel, 20-szal, 50-nel, 100-zal akkor osztható egy szám, ha az utolsó két számjegyből álló kétjegyű szám osztható vele
8-cal, 125-tel, 200-zal, 250-nel, 500-zal, 1000-rel akkor osztható egy szám, ha az utolsó három számjegyből álló háromjegyű szám osztható vele
3-mal, 9-cel akkor osztható egy szám ha a számjegyek összege osztható vele
ha $(a,b)=1$, és egy szám a-val és b-vel is osztható, akkor $a \cdot b$-vel is osztható az a szám.

Pl. 6-tal akkor osztható, ha 3-mal és 2-vel is
12-vel akkor osztható, ha 3-mal és 4-gyel is
24-gyel akkor osztható, ha 3-mal és 8-cal is
45-tel akkor osztható, ha 9-cel és 5-tel is ….stb.

Hatvány: a^n jelenti azt az n-tényezős szorzatot, amelynek minden tényezője a, ha $a \in R$, $n \in N$ és $n \geq 2$. Az a neve hatványalap, az n neve hatványkitevő.

A hatvány fogalmának kiterjesztése egész kitevőre:

- $a^1 = a$, ha a tetszőleges valós szám
- $a^0 = 1$, ha a 0-tól különböző valós szám
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$, ahol n pozitív egész szám, a 0-tól különböző valós szám

A hatványozás azonosságai:

- $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$
  azonos alapú hatványokat úgy szorzunk, hogy a közös alapot a kitevők összegére emeljük.
- $\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$
  azonos alapú hatványokat úgy osztunk, hogy a közös alapot a kitevők különbségére emeljük
- $(a^n)^k = a^{n \cdot k}$
  Hatványt úgy hatványozunk, hogy az alapot a kitevők szorzatára emeljük.
- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
  -azonos kitevőjű hatványokat úgy szorzunk, hogy a közös kitevőre emeljük az alapok szorzatát
  -szorzatot úgy hatványozunk, hogy mindegyik tényezőt hatványozzuk, majd az így kapott hatványokat összeszorozzuk
- $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
  -Azonos kitevőjű hatványokat úgy osztunk, hogy az alapok hányadosát a közös kitevőre emeljük
  -törtet úgy hatványozunk, hogy a számláló és nevező hatványának vesszük a hányadosát

Normálalak: egy valós szám normálalakja egy olyan kéttényezős szorzat, melyben az egyik tényező abszolútértéke 1-nél nem kisebb, de 10-nél kisebb tizedestört, másik tényezője 10 egész kitevőjű hatványa. (Pl. $-5600 = -5{,}6 \cdot 10^3$, $0{,}000123 = 1{,}23 \cdot 10^{-4}$)

Algebrai kifejezések: amelyben betűk és számok vannak műveleti jelekkel összekapcsolva. A betűk neve változók. A kifejezés helyettesítési értékét megkapjuk, ha a változók helyére számokat adunk meg, és a kijelölt műveleteket elvégezzük. Lehet egyváltozós vagy többváltozós.

- algebrai egész kifejezésben (***polinom***) csak összeadás, kivonás, szorzás(hatványozás pozitív egész kitevővel) szerepel. Lehet egytagú vagy többtagú. Az ***egytagú kifejezésben*** csak szorzás (hatványozás pozitív egész kitevővel) fordul elő. ***Egytagú kifejezés fokszáma*** a benne szereplő változók kitevőinek összege. A ***többtagú kifejezés fokszáma*** a legmagasabb fokú tag fokszámával egyezik meg.
- ***algebrai tört*** kifejezésben betűvel történő osztás is található, (vagy negatív egész kitevőjű hatványozás)

Nevezetes szorzatok:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

$(a+b)\cdot(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

$(a-b)\cdot(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b^1 + \ldots + \binom{n}{k}a^{n-k}b^k + \ldots + \binom{n}{n}b^n$

$(a-b)\cdot\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + b^{n-1}\right) = a^n - b^n$

$(a+b)\cdot\left(a^{2n-1} + a^{2n-2}b + a^{2n-3}b^2 + \ldots + b^{2n-1}\right) = a^{2n} - b^{2n}$

$(a+b)\cdot\left(a^{2n} + a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 + \ldots + b^{2n-1}\right) = a^{2n+1} + b^{2n+1}$

Négyzetgyök fogalma: egy nemnegatív „a" valós szám négyzetgyökén értjük azt a nemnegatív valós számot melynek négyzete „a". Ha „a" tetszőleges valós szám, akkor $\sqrt{a^2} = |a|$

A négyzetgyökvonás azonosságai:

- $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} = \sqrt{a\cdot b}$, ahol $a, b \in \mathbf{R}_0^+$
- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, ahol $a, b \in \mathbf{R}_0^+, b \neq 0$,
- $\left(\sqrt{a}\right)^k = \sqrt{a^k}$, ahol $a \in \mathbf{R}_0^+, k \in \mathbf{Z}$

Az n-dik gyök fogalma:

-ha n páros: egy nemnegatív „a" valós szám n-dik gyökén értjük azt a nemnegatív valós számot melynek n-dik hatványa „a". Ha „a" tetszőleges valós szám, akkor $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

- ha n páratlan: egy „a" valós szám n-dik gyökén értjük azt a valós számot melynek n-dik hatványa „a".

Az n-dik gyökvonás azonosságai:

$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\cdot b}$ a gyökvonás és a szorzás sorrendje felcserélhető	$\sqrt[n]{a}/\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a/b}$ a gyökvonás és az osztás sorrendje felcserélhető
$\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k$ a gyökvonás és a hatványozás sorrendje felcserélhető	$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ egymásba ágyazott gyökvonást felírhatunk egy gyökjel segítségével, az új gyökkitevő a gyökkitevők szorzata lesz
$\sqrt[nk]{a^{kl}} = \sqrt[n]{a^l}$ a gyökkitevő és a hatványkitevő ugyanazzal a számmal szorozható vagy osztható	

A másodfokú egyenlet megoldóképlete: az $ax^2 + bx + c = 0$ (a≠0)másodfokú egyenlet megoldásai x_1 és x_2, ahol $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Gyöktényezős alak: $a\cdot(x - x_1)\cdot(x - x_2) = 0$

A másodfokú egyenlet **diszkriminánsa**: az $ax^2 + bx + c = 0$ (a≠0) másodfokú egyenletben a $D = b^2 - 4ac$ kifejezés. Ha a diszkrimináns pozitív, akkor az egyenletnek két különböző valós megoldása van, ha egyenlő 0-val, akkor két egyenlő valós gyöke van, ha negatív, akkor nincs valós megoldása.

Viéte formulák: (összefüggés a másodfokú egyenlet együtthatói és gyökei között)

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$	$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Függvény:
Legyen adott két (nem üres) halmaz A és B. Azokat a leképezéseket amelyek az A halmaz elemeihez a B halmaz elemei közül legfeljebb egyet hozzárendelnek, *függvényeknek* nevezzük.
A halmaz az *alaphalmaz*, B halmaz a *képhalmaz*.
Értelmezési tartomány D_f az alaphalmaznak az a legbővebb részhalmaza, amelyben lévő elemekhez a függvény pontosan egy elemet rendel.
Értékkészlet: R_f a képhalmazban a hozzárendelt értékek részhalmaza.
Két változó mennyiség **egyenesen arányos**, ha az egyiket valahányszorosára változtatva a másik mennyiség vele együtt ugyanannyiszorosára változik. Egyenesen arányos mennyiségek összetartozó értékeinek hányadosa állandó. Grafikonja origón átmenő egyenes.
Két változó mennyiség **fordítottan arányos**, ha az egyiket valahányszorosára változtatva a másik mennyiség ugyanannak a számnak a reciprokszorosára változik. (tehát pl. ha az egyik kétszeresére nő, akkor a másik felére csökken.) Fordítottan arányos mennyiségek összetartozó értékeinek szorzata állandó. Grafikonja hiperbola.
Nevezetes ponthalmazok:

- **Kör /gömb/:** Egy adott ponttól adott távolságra lévő pontok halamaza a síkban /térben/.
- **Nyilt körlemez /nyilt gömbtest/:** Egy adott ponttól adott távolságnál kisebb távolságra lévő pontok halmaza a síkban /térben/.
- **Zárt körlemez /zárt gömbtest/:** Egy adott ponttól legfeljebb egy megadott távolságra lévő pontok halmaza a síkban /térben/.
- **Szakaszfelező merőleges:** olyan pontok halmaza a síkban, amelyeknek a szakasz két végpontjától való távolsága egyenlő.
- **Szögfelező:** olyan pontok halmaza a szögtartományban, amelyeknek két szögszártól való távolsága egyenlő.
- **Középpárhuzamos:** két párhuzamos egyenestől egyenlő távolságra lévő pontok halmaza a síkban.
- **Ellipszis:** olyan pontok halmaza a síkban, amelyekre igaz, hogy két adott ponttól (fókuszpontok) mért távolságösszege a két fókuszpont távolságánál nagyobb állandóval egyenlő. F_1, F_2 fókuszpontok, P ellipszispont, $d(F_1, F_2)=2c$, $d(P,F_1)+ d(P,F_2)=2a$, ahol $2a > 2c$. A nagytengely 2a, a kistengely 2b, és $b^2+c^2=a^2$. Tengelyesen és középpontosan szimmetrikus síkidom.
- **Hiperbola:** olyan pontok halmaza a síkban, amelyekre igaz, hogy két adott ponttól (fókuszpontok) mért távolságkülönbsége a két fókuszpont távolságánál kisebb állandóval egyenlő. F_1, F_2 fókuszpontok, P hiperbolapont, $d(F_1, F_2)=2c$, $|d(P,F_1)- d(P,F_2)|=2a$, ahol $2a < 2c$.A valóstengely 2a, a képzetes tengely 2b, és $b^2+a^2=c^2$. Tengelyesen és középpontosan szimmetrikus síkidom.
- **Parabola:**olyan pontok halmaza a síkban, amelyekre igaz, hogy egy adott ponttól (fókuszpont), és egy adott egyenestől (direktrix) való távolsága egyenlő. A fókuszpont és a direktrix távolsága a parabola paramétere. Tengelyesen szimmetrikus síkidom.
- A **látókörív** olyan pontok halmaza a síkban, amelyekből egy adott szakasz adott szögben látszik. Két szimmetrikus körívből áll. A Thálesz kör 90 fokos látókörív.

A körvonal két pontját összekötő szakasz neve **húr**. A kör középpontján átmenő húr neve **átmérő (d)**, aminek hossza így a sugár kétszeresével egyenlő.
A körvonalat két pontja két **körívre** bontja.
A **szelő** olyan egyenes, amelynek két közös pontja van a körrel, a **külső egyenesnek** nincs közös pontja a körrel. Az **érintő** olyan egyenes, amelynek egy közös pontja van a körrel (érintési pont). Az érintési pontba húzott sugár mindig merőleges az érintőre.

A **körcikk** olyan síkidom, melyet a kör két sugara és egy körív határol.
A **körszelet** olyan síkidom, amelyet egy körív és egy húr határol.

A **kör kerülete**: $2r\pi$
A **kör területe**: $r^2\pi$.
A **körív hossza**: $2r\pi\cdot\frac{\alpha}{360°}$
A **körcikk kerülete**: *körív hossza + 2sugár* .
A **körcikk területe**: $r^2\pi\cdot\frac{\alpha}{360°}$.
A **körszelet kerülete**. *K= húr + ívhossz*
A **körszelet területe**: *T = körcikk területe - háromszög területe vagy körcikk területe + háromszög területe*
Egy síkidom **konvex**, ha bármely két pontját összekötő szakaszt tartalmazza a síkidom.
Egy síkidom **konkáv**, ha van benne két olyan pont, amelyet összekötő szakasz egy része a síkidomon kívülre kerül.
A **tengelyes tükrözés** egy olyan geometriai transzformáció, amelyben legyen adott egy *t* egyenes (tengely); ha egy P pont a *t* egyenesen van, akkor a képe legyen önmaga, ha a P pont nincs a *t* egyenesen, akkor a képe legyen az a P'pont, amelyre teljesül, hogy a PP' szakasz felezőmerőlegese a *t* egyenes.
tulajdonságai: szakasz képe vele egyenlő nagyságú szakasz
szög képe vele egyenlő nagyságú szög
ha egy egyenes párhuzamos a tengellyel, akkor a képe is párhuzamos vele
ha egy egyenes metszi a tengelyt, akkor a képe ugyanabban pontban metszi a tengelyt, és ugyanakkora szöget zárnak be a tengellyel
a körüljárási irányt megfordítja
fixpontjai a tengely pontjai
fixegyenes a tengely
invariáns egyenesei a tengelyre merőleges egyenesek
invariáns alakzatai mindazok a tengelyesen szimmetrikus síkidomok, amelyek szimmetriatengelye az adott *t* egyenes
Egy síkidom **tengelyesen szimmetrikus**, ha létezik olyan egyenes a síkban, amelyre tükrözve az alakzatot a képe önmaga lesz.

A **középpontos tükrözés** egy olyan geometriai hozzárendelés, amelyben adott egy O pont (centrum); az O pont képe önmaga, az O-n kívüli P pont képe az a P' pont, amelyre teljesül, hogy a PP' szakasz felezőpontja az O pont.
tulajdonságai: szakasz képe vele egyenlő nagyságú párhuzamos szakasz
szög képe vele egyenlő nagyságú szög
egy egyenes és képe párhuzamos egymással
a körüljárási irányt megtartja
fixpontja a centrum
fixegyenes nincs
invariáns egyenesei a centrumra illeszkedő egyenesek
invariáns alakzatai mindazok a középpontosan szimmetrikus síkidomok, amelyek szimmetriacentruma az adott O pont
Egy síkidom **középpontosan szimmetrikus**, ha létezik olyan pont a síkban, amelyre tükrözve az alakzatot a képe önmaga lesz.

Az **eltolás** egy olyan geometriai transzformáció, amelyben adott egy $\underline{v}$ vektor, az eltolás vektora; egy tetszőleges P pont képe legyen az a P' pont, amelyre teljesül, hogy PP'= $\underline{v}$.

tulajdonságai: szakasz képe vele egyenlő nagyságú párhuzamos szakasz
szög képe vele egyenlő nagyságú szög
egy egyenes képe vele párhuzamos egyenes
a körüljárási irányt megtartja
fixpontjai nincsenek, (kivéve ha $\underline{v} = \underline{0}$, ekkor minden pont fixpont)
fixegyenes nincs
invariáns egyenesei a $\underline{v}$ vektorral párhuzamos egyenesek

A **pont körüli elforgatás** egy olyan ponttranszformáció, amelyben adott egy O pont (centrum), és egy α előjeles szög; az O pont képe önmaga, az O-tól különböző P pont képe az a P', amelyre teljesül, hogy rajta van az OP félegyenesre megfelelő irányban felmért α szög másik szárán és OP' = OP.

tulajdonságai: szakasz képe vele egyenlő nagyságú szakasz
szög képe vele egyenlő nagyságú szög
körüljárási irányt megtartja
fixpontja az O pont

Egy síkidom **forgásszimmetrikus**, ha van a síkban egy olyan pont, és található olyan szög, amely adatokkal egy pont körüli forgatást végrehajtva a síkidom képe önmaga lesz.

Nevezetes szögpárok:

Váltószögek szárai párhuzamosak és ellentétes irányúak, egyenlő a nagyságuk.
Csúcsszögek szárai két egyenessé egészítik ki egymást, egyenlőek.
Mellékszögek csúcsa és egyik szára közös, a másik száruk ellentétes irányú, 180°-ra egészítik ki egymást
Társszögek egyik szára párhuzamos és egyirányú, a másik száruk párhuzamos, de ellentétes irányú, 180°-ra egészítik ki egymást.
Egyállású szögek szárai párhuzamosak és egyirányúak, egyenlőek.
Merőleges szárú szögek szárai páronként merőlegesek egymásra, és vagy egyenlőek, vagy 180°-ra egészítik ki egymást
Pótszögek 90°-ra egészítik ki egymást.
Kiegészítő szögek 180°-ra egészítik ki egymást.

Háromszög-egyenlőtlenség: A háromszög két oldalának összege mindig nagyobb, mint a harmadik oldal.
Bármely **háromszög belső szögeinek összege** 180°, **külső szögeinek összege** 360°.
A háromszög **külső szöge** a belső szög mellékszöge. A háromszög külső szöge egyenlő a nem mellette fekvő belső szögek összegével.

Összefüggés a háromszög oldalai és szögei között:

- .Egy háromszög két oldala akkor és csak akkor egyenlő, ha a velük szemközti szögeik egyenlőek.
- A háromszögben két oldal közül a hosszabb oldallal nagyobb szög van, és fordítva, a háromszögben két szög közül a nagyobb szöggel szemben hosszabb oldal van.

Egy háromszög **hegyesszögű**, ha minden szöge hegyesszög.
Egy háromszög **derékszögű**, ha van derékszöge.
Egy háromszög **tompaszögű**, ha van tompaszöge.

Egy háromszög **egyenlőszárú**, ha van két egyenlő oldala. Az egyenlő oldalak neve szárak, a harmadik oldal neve alap. Az **egyenlőszárú háromszög tulajdonságai**:

tengelyesen szimmetrikus
a szimmetriatengely az alapot merőlegesen felezi
a szimmetriatengely a szárak által bezárt szöget felezi
a háromszög alapon fekvő szögei egyenlőek

Egy háromszög **szabályos**, ha minden oldala, és így minden szöge egyenlő. 3 szimmetria tengelye van.

A háromszög nevezetes vonalai és pontjai:

Magasság: a háromszög csúcsából a szemközti oldalegyenesre bocsátott merőleges szakasz.
A háromszög magasságainak egyenesei egy pontban metszik egymást, ez a **magasságpont**.
Oldalfelező merőleges: olyan egyenes, mely a háromszög oldalát merőlegesen felezi. A háromszög oldalfelező merőlegesei egy pontban metszik egymást. Ez a pont a **háromszög köré írható körének** középpontja.
A háromszög **belső szögfelezői** egy pontban metszik egymást, ez a pont a **háromszög beírható körének** középpontja.
A **háromszöghöz írt kör** az egyik oldalt kívülről, és a másik két oldal meghosszabbítását érinti. A háromszög két külső és a harmadik csúcshoz tartozó belső szögfelezője egy pontban metszi egymást, ez a pont a háromszög hozzáírt körének középpontja.
A háromszög **középvonala** a háromszög két oldalának felezőpontját összekötő szakasz. Párhuzamos a nem felezett oldallal és fele akkora.
A háromszög **súlyvonala** az egyik csúcsot a szemközti oldal felezőpontjával összekötő szakasz. A háromszög súlyvonalai egy pontban metszik egymást, ez a **súlypont**. A súlypont a súlyvonalakat harmadolja, úgy, hogy a rövidebbik szakasz az oldal felé esik.

A **négyzet** minden oldala egyenlő és minden szöge derékszög.
szemközti oldalai párhuzamosak
átlói egyenlőek, merőlegesen felezik egymást és felezik a szögeket
tengelyesen szimmetrikus, 4 szimmetria tengelye van: a két átló és a két oldalfelező merőleges
középpontosan szimmetrikus az átlók metszéspontjára
speciális trapéz, paralelogramma, rombusz, deltoid, téglalap

A **téglalap** minden szöge derékszög.
szemközti oldalai párhuzamosak és egyenlők
átlói egyenlők és felezik egymást
tengelyesen szimmetrikus, 2 szimmetriatengelye van: a két oldalfelező merőleges
középpontosan szimmetrikus az átlók metszéspontjára
speciális trapéz, speciális paralelogramma

A **rombusz** minden oldala egyenlő
szemközti oldalai párhuzamosak
szemközti szögei egyenlők
szomszédos szögei 180°-ra egészítik egymást
átlói merőlegesen felezik egymást, és felezik a szögeket
tengelyesen szimmetrikus, 2 szimmetria tengelye van: a két átló
középpontosan szimmetrikus az átlók metszéspontjára
speciális deltoid, speciális paralelogramma, speciális trapéz

a **trapéznak** van párhuzamos oldalpárja (alapok), a másik két oldal neve: szárak
a szárakon fekvő szögek 180°-ra egészítik egymást
a trapéz magassága a két párhuzamos oldalegyenes távolsága
A **derékszögű trapéz** egyik szárán fekvő szögek 90°-osak

A **húrtrapéz** vagy **szimmetrikus trapéz**
szárai egyenlők
alapokon fekvő szögei egyenlőek
egy száron fekvő szögei 180°-ra egészítik egymást
átlói egyenlőek és a szimmetria tengelyen metszik egymást
a szimmetria tengely az alapokat merőlegesen felezi
lehet köré kört írni (húrnégyszög)

A **deltoid** két-két szomszédos oldala egyenlő
van két egyenlő szöge
a szimmetria tengely az egyik átló
a szimmetriaátló merőlegesen felezi a másik átlót, és felezi a szögeket
van konvex is, konkáv is

A **paralelogramma** szemközti oldalai párhuzamosak
szemközti oldalai egyenlők
szemközti szögei egyenlők
szomszédos szögei 180°-ra egészítik egymást
átlói felezik egymást
középpontosan szimmetrikus az átlók metszéspontjára
speciális trapéz

	kerület	terület
négyzet	$4a$	a^2
téglalap	$2\cdot(a+b)$	$a\cdot b$
rombusz	$4a$	$a\cdot m_a$ vagy $(e\cdot f)/2$
deltoid	$2\cdot(a+b)$	$(e\cdot f)/2$
paralelogramma	$2\cdot(a+b)$	$a\cdot m_a$ vagy $b\cdot m_b$
trapéz	$a+b+c+d$	$\frac{a+c}{2}\cdot m$
háromszög	$a+b+c$	$\frac{a\cdot m_a}{2}$; $\frac{b\cdot m_b}{2}$; $\frac{c\cdot m_c}{2}$; $r\cdot s$; $\frac{a\cdot b\cdot c}{4\cdot R}$ $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

Konvex sokszög

belső szögeinek összege : $(n-2)\cdot 180°$,

külső szögeinek összege: 360°,

összes átlóinak száma: $\frac{n\cdot(n-3)}{2}$

Szabályos sokszögnek nevezzük azokat a sokszögeket, amelyeknek minden szöge és minden oldala egyenlő. Minden szabályos sokszög köré lehet kört írni.
A szabályos sokszögek tengelyesen szimmetrikusak, annyi tengelyük van, ahány oldaluk. A páros oldalszámúak középpontosan is szimmetrikusak.
A szabályos sokszögek forgásszimmetrikusak, a forgatás centruma a köré írható kör középpontja, a forgatás szöge $\frac{360°}{n}$ egész számú többszöröse.

Egy belső szögük nagysága $\frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$.

A **téglatest**et téglalapok határolják.

Felszíne: $A = 2\cdot(ab+ac+bc)$

Térfogata: $V = abc$

A **kocká**t négyzetlapok határolják.

Felszíne: $A = 6a^2$

Térfogata: $V = a^3$

A **vektor** irányított szakasz. A vektor abszolútértéke a vektor hossza. A vektor ellentettje egy ugyanolyan hosszú, de ellentétes irányú vektor. A nullvektor hossza 0, iránya tetszőleges.

Két vektor összege $\underline{a}+\underline{b}$:
a második vektort az első vektor végpontjába toljuk, ekkor az első vektor kezdőpontjából a második vektor végpontjába mutató vektor lesz az összegvektor
a két vektort közös kezdőpontba toljuk, kiegészítjük paralelogrammává, ekkor a közös kezdőpontból kiinduló átlóvektor lesz az összegvektor

Több vektor összege (láncszabály):

mindegyik vektort az előző vektor végpontjába toljuk (láncszerűen), ekkor az első vektor kezdőpontjából az utolsó vektor végpontjába mutató vektor lesz az összegvektor

Két vektor különbsége: a két vektort közös kezdőpontba toljuk, ekkor a két végpontot összekötő vektor közül a kisebbítendő vektor felé mutató lesz a különbségvektor.

Egy vektor szorzása számmal

a szám abszolútértéke megmutatja, hogy hányszorosára változik a vektor hossza
a szám előjele meghatározza az irányát: ha pozitív, akkor az irány megmarad, ha negatív, akkor az iránya ellentétesre változik.

Thálész tétele: Ha egy kör tetszőleges AB átmérőjének két végpontját összekötjük a kör bármely más C pontjával, akkor egy derékszögű háromszöget kapunk, melynek derékszöge a C csúcsnál van.
Thálész tétel megfordítása: A derékszögű háromszög köré írt kör középpontja az átfogó felezőpontja, sugara az átfogó fele.

Kerületi szög csúcsa a kör kerületén van, szárai egy-egy húrt tartalmaznak.
Érintőszárú kerületi szög: csúcsa a kör kerületén van, egyik szára érintő, másik szára a kör egy húrját tartalmazza
Középponti szög csúcsa a a kör középpontjában van.
Kerületi és középponti szögek tétele: Egy körben az ugyanazon az íven nyugvó kerületi és középponti szögek aránya 1:2. Ezért az ugyanazon az íven nyugvó kerületi szögek egymással egyenlők, illetve az egyenlő hosszú íveken nyugvó kerületi szögek egymással egyenlők.

<u>Húrnégyszög</u> minden oldala egy kör húrja, azaz írható köré kör. A kör középpontja az oldalfelező merőlegesek metszéspontja.
<u>Húrnégyszögek tétele:</u> Bármely húrnégyszögben a szemközti szögek összege 180°.
<u>Húrnégyszögek tételének megfordítása:</u>Ha egy négyszög szemközti szögeinek összege 180°, akkor az a négyszög húrnégyszög.

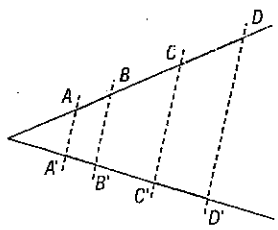
<u>Érintőnégyszög</u> minden oldala egy kör érintője, azaz írható bele kör. A kör középpontja a belső szögfelezők metszéspontja.
<u>Érintőnégyszögek tétele:</u>Bármely érintőnégyszög szemközti oldalainak összege egyenlő.
<u>Érintőnégyszögek tételének megfordítása:</u>Ha egy konvex négyszög szemközti oldalainak összege egyenlő, akkor az a négyszög érintőnégyszög.

<u>Pitagorasz tétel:</u> Minden derékszögű háromszögben a két befogó négyzetének összege egyenlő az átfogó négyzetével.
<u>Pitagorasz tétel megfordítása:</u>Ha egy háromszögben a két rövidebb oldal négyzetének összege egyenlő a harmadik oldal négyzetével, akkor a háromszög derékszögű.
A távolságtartó leképezéseket **<u>egybevágósági transzformációknak</u>** nevezzük.
Pl:tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, az eltolás és az elforgatás illetve ezek szorzata.

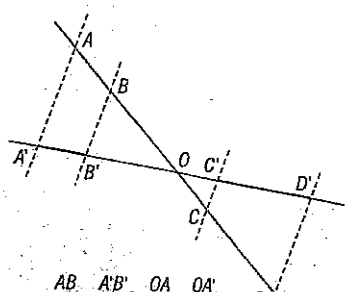
<u>Egybevágóság</u>:
Két alakzat **egybevágó**, ha van olyan egybevágósági transzformáció, amely az egyiket a másiknak felelteti meg.
Háromszögek **egybevágósági alapesetei:**
- megfelelő oldalaik egyenlők
- két-két oldaluk és e két oldal által bezárt szögük egyenlő
- két-két oldaluk és a két oldal közül a nagyobbikkal szemközti szögük egyenlő
- egy-egy oldaluk és a rajta fekvő két-két szögük egyenlő

Sokszögek **egybevágósági alapesetei:**
- megfelelő oldalaik hossza és megfelelő szögeik páronként egyenlők
- megfelelő oldalaik hossza és megfelelő átlójuk hossza egyenlő

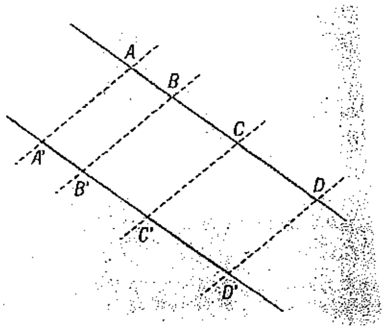
<u>Párhuzamos szelők tétele</u>
Ha egy szög szárait párhuzamos egyenesekkel metszük, akkor az egyik száron keletkező szakaszok aránya egyenlő a másik száron keletkező megfelelő szakaszok arányával.



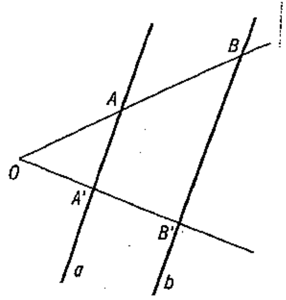
tételünk érvényes akkor is, ha nem egy szög szárait, hanem a sík két tetszőleges egyenesét metsszük párhuzamosokkal



$$\frac{AB}{CD}=\frac{A'B'}{C'D'};\ \frac{OA}{OB}=\frac{OA'}{OB'}$$



Párhuzamos szelők tételének megfordítása: Ha két egyenes a szög száraiból a csúcstól számítva olyan szakaszokat metsz ki, melyek aránya mindkét száron ugyanakkora, akkor a két egyenes párhuzamos.

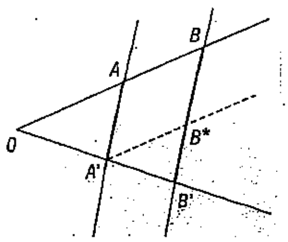


a és b párhuzamosak

$\Updownarrow$

$$\frac{OA}{OB}=\frac{OA'}{OB'}$$

Párhuzamos szelőszakaszok tétele: Ha egy szög szárait párhuzamos egyenesekkel metszük, akkor a párhuzamosokon keletkezett szakaszok aránya megegyezik az egyik szögszáron keletkezett csúcstól mért szakaszok arányával.



párhuzamos szelőszakaszok tétele

$$\frac{AA'}{BB'}=\frac{OA'}{OB'}=\frac{OA}{OB}$$

Középpontos hasonlóság:
Adott egy O pont és $k>0$ szám. A sík minden P pontjához egyértelműen hozzárendeljük az OP félegyenesnek azt a P' pontját, amelyre $OP'=k\cdot OP$.

Hasonlósági transzformáció: aránytartó leképezések.
Előállítható egybevágósági transzformációk és középpontos hasonlóság egymás utáni elvégzésével.
Két **síkidom hasonló**, ha hasonlósági transzformációval fedésbe hozhatók.
Háromszögek **hasonlósági alapesetei:**
- megfelelő oldalaik hosszának aránya egyenlő
- két-két oldaluk hosszának aránya és e két oldal által bezárt szögük egyenlő
- két-két oldaluk hosszának aránya, és a két oldal közül a nagyobbikkal szemközti szögük egyenlő
- megfelelő szögeik egyenlők

Sokszögek **hasonlósági alapesete**:
- megfelelő oldalaik hosszának aránya és a megfelelő szögeik páronként egyenlők

Szögfüggvények értelmezése hegyesszögekre:
- **sinα:** az α hegyesszöget tartalmazó derékszögű háromszögben az α szöggel szemközti befogó és az átfogó hányadosa.
- **cosα:** az α hegyesszöget tartalmazó derékszögű háromszögben az α szög melletti befogó és az átfogó hányadosa.
- **tgα:** az α hegyesszöget tartalmazó derékszögű háromszögben az α szöggel szemközti befogó és az α szög melletti befogó hányadosa.
- **ctgα:** az α hegyesszöget tartalmazó derékszögű háromszögben az α szög melletti befogó és az α szöggel szemközti befogó hányadosa.

Összefüggések a szögfüggvények között:
- $\mathrm{ctg}\,\alpha=1/\mathrm{tg}\,\alpha$
- $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$
- egy hegyesszög szinusza megegyezik pótszögének koszinuszával.